



基于概念近似的认知学习

吴雨青^{1,2,3}, 林艺东^{1,2,3}, 梁涛巨^{1,2,3}

1. 闽南师范大学 数学与统计学院, 福建 漳州 363000; 2. 数字福建气象大数据研究所, 福建 漳州 363000;
3. 福建省粒计算及其应用重点实验室, 福建 漳州 363000

摘要 概念认知学习通过模拟人脑认知过程学习新知识, 是一个新兴的交叉领域。然而, 现有的概念认知学习模型忽略了概念外延与内涵的契合性、概念空间的冗余性、概念空间的结构特征等问题。因此, 本文基于概念近似提出一种新的概念认知学习模型。首先, 通过构造属性对象 λ 算子生成不完全概念, 从而提高概念外延与内涵的契合性。针对概念空间的冗余性, 进一步探讨概念的上近似概念集、下近似概念集以及边界概念集。随后, 考虑到概念空间的结构特征, 构建上近似概念空间和下近似概念空间, 并提出新的学习精度以刻画认知学习效果。最后, 通过仿真实验验证该模型的有效性。

关键词 概念认知学习; 不完全概念; 近似概念空间; 学习精度

中图分类号: TP182 **DOI:** 10. 16152/j. cnki. xdxbr. 2026-03-012

Cognitive learning based on concept approximation

WU Yuqing^{1,2,3}, LIN Yidong^{1,2,3}, LIANG Taoju^{1,2,3}

1. School of Mathematics and Statistics, Minnan Normal University, Zhangzhou 363000, China;

2. Institute of Meteorological Big Data-Digital Fujian, Zhangzhou 363000, China;

3. Fujian Key Laboratory of Granular Computing and Applications, Zhangzhou 363000, China

Abstract Concept-cognitive learning is an emerging cross-cutting field that learns new knowledge by modeling the cognitive processes of the human brain. However, the existing concept-cognitive learning models have ignored the problems of the fit between the extent and intent of concepts, the redundancy and structural characteristics of concept space as well. To address these challenges, this paper introduces a novel cognitive learning model grounded in the concept of approximation. Firstly, incomplete concepts are generated by constructing attribute-object λ operator and thus the fit between the extent and intent of concepts is improved. Aiming at the redundancy of concept space, further discussion is conducted on the set of upper approximation concepts, the collection of lower approximation concepts, and the family of boundary concepts. Subsequently, by taking into account the structural characteristics of concept space, the upper and lower approximation concept spaces are established respectively, and a novel learning accuracy is then proposed to portray the cognitive learning effect. Finally, the effectiveness of the proposed method is verified by simulation experiments.

Keywords concept-cognitive learning; incomplete concept; approximation concept spaces; learning accuracy

收稿日期: 2025-11-10 修回日期: 2025-11-30

基金项目: 国家自然科学基金(12201284); 福建省自然科学基金(2022J05169)。

第一作者: 吴雨青, 女, 硕士研究生, 从事粒计算与概念认知学习研究, wuyq_517@163.com。

通信作者: 林艺东, 男, 博士, 副教授, 从事不确定性理论及其应用研究, yidong_lin@yeah.net。

作为一门跨学科的研究领域,认知科学^[1]通过科学的方法探究人类的心理特点,其涉及了心理学、计算机科学、神经科学、语言学、人类学和哲学等多个领域。认知计算作为认知科学的核心技术之一,它通过计算机系统模拟人脑的认知过程^[2-3],具有自主学习和自然交互等特点,广泛应用于生命科学^[4-5]、机器学习^[6]、分类任务^[7-9]等领域。

概念作为人类认知的基本单位,为认知计算提供了理论基础和认知框架^[10]。为了满足数据分析和知识发现的需求,学者们已经提出了各种形式的概念,其中包括模糊概念^[11]、面向对象概念^[12]、面向属性概念^[13]和三支概念^[14-15]等。

概念认知学习^[16]的核心思想是通过具体的认知模型从给定的线索中进行概念学习,因此认知模型影响着学习效率和学习结果。Li 等将粒计算与认知概念格相结合,提高概念学习的效率^[17]。Niu 等研究了并行计算和信息融合技术,以提高处理大数据和多源数据的效率^[18]。为了降低概念认知的复杂性,Shi 等在经典 CCL 的基础上提出了并行算法^[8]。为了增强对信息的利用,Deng 等在模糊对象粒概念的基础上引入了模糊属性粒概念^[19]。

由于个体认知的局限性和认知环境的不完全性,概念学习具有渐进性。李金海等提出了概念的渐进式认知理论与方法,以处理不完全认知条件下的概念获取问题^[20]。Zhang 等将概念认知学习的增量过程以增量概念树的形式进行了可视化,解决了在动态环境中衡量概念结构稳定性的问题^[21]。Yuan 等设计了基于渐进式概念空间的对象分类机制和动态更新机制^[15]。为了克服认知环境的限制,Zhang 等讨论了渐进式加权模糊概念^[22]。

由于对概念的精确认知往往难以实现,借鉴粗糙集理论中的上下近似逼近思想,Li 等提出了充分必要概念粒逼近模型,利用学习精度刻画近似认知概念对线索的逼近程度^[17,23]。另外,Guo 等对基于充分必要粒逼近的概念认知方法在学习精度方面存在的不足进行了研究^[24]。为了有效地避免属性的认知顺序对认知结果的影响,Liu 等提出了一种基于随机策略的增量式不完全概念认知学习方法^[25]。

然而,现有的概念认知学习模型还存在一定的局限性。具体而言,文献[17]提出的学习精度

不能客观反映概念学习结果的准确性,限制了该模型的应用价值。在此基础上,文献[24]对学习精度进行优化与改进,但其涉及的多个格结构增加了概念认知的复杂性。此外,文献[25]通过随机策略探讨了概念认知机制,但忽略了人类认知概念的复杂性,依赖单一的属性学习算子进行概念映射,往往难以确保所获取线索与概念内涵的一致性,进而削弱认知结果的有效性。

基于上述分析,本文提出一种基于概念近似的认知学习模型。其中,主要贡献如下:

- 1) 通过改进学习算子设计一种不完全概念的获取方法,以提高线索学习的准确性;
- 2) 为了实现概念的完全认知,设计一种基于不完全概念的粒逼近方法;
- 3) 构造上近似概念空间和下近似概念空间,以提高认知学习的效率;
- 4) 本文给出一种基于学习精度的认知方法,以完成概念预测任务。

最后,通过实验验证本文模型的有效性。

1 预备知识

在本节,主要回顾模糊决策形式背景和模糊概念的相关知识。

定义1^[26-27] 设三元组 $(G, M, \bar{I})$ 为模糊形式背景,其中, $G = \{x_1, x_2, \dots, x_m\}$ 和 $M = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ 分别为非空有限对象集和非空有限属性集, $\bar{I}$ 为 G 和 M 之间的二元关系。即对于 $\forall x \in G, a \in M$, 有 $\bar{I}(x, a) \in [0, 1]$ 。其中, $\bar{I}(x, a)$ 表示对象 x 关于属性 a 的隶属度。

L^M 表示 M 上所有模糊集合,对 $\forall X \in 2^G, \bar{B} \in L^M$, 对象学习算子 $\mathcal{L}: 2^G \rightarrow L^M$ 和属性学习算子 $\mathcal{H}: L^M \rightarrow 2^G$ 定义如下:

$$\mathcal{L}(X)(a) = \bigwedge_{x \in X} \bar{I}(x, a), a \in M \quad (1)$$

$$\mathcal{H}(\bar{B}) = \{x \in G \mid \forall a \in M, \bar{B}(a) \leq \bar{I}(x, a)\} \quad (2)$$

若 $\mathcal{L}(X) = \bar{B}, \mathcal{H}(\bar{B}) = X$, 则 $(X, \bar{B})$ 称为模糊概念, X 和 $\bar{B}$ 分别称为 $(X, \bar{B})$ 的外延和内涵。对 $\forall x \in G, (\mathcal{H}(\mathcal{L}(x)), \mathcal{L}(x))$ 称为模糊粒概念。

形式概念集 $\{(X_t, B_t) \mid t \in T\}$ (T 为指标集) 的下确界和上确界分别为

$$\bigwedge_{t \in T} (X_t, B_t) = (\bigcap_{t \in T} X_t, \mathcal{L}(\bigcup_{t \in T} B_t)) \quad (3)$$

$$\bigvee_{t \in T}(X_t, B_t) = (\mathcal{HL}(\bigcup_{t \in T} X_t), \bigcap_{t \in T} B_t) \tag{4}$$

定义 2^[26] 设 $(G, M, \tilde{I})$ 为模糊形式背景, (G, D, J) 为经典形式背景, 其中, $\tilde{I}: G \times M \rightarrow [0, 1], J: G \times D \rightarrow \{0, 1\}, D = \{d_1, d_2, \dots, d_l\}$ 为决策属性集, 则将五元组 $(G, M, \tilde{I}, D, J)$ 称为模糊决策形式背景。若对于 $\forall d_1, d_2 \in D, \mathcal{H}(d_1) \cap \mathcal{H}(d_2) = \emptyset, (G, M, \tilde{I}, D, J)$ 称为正则模糊决策形式背景。其中 $(G, M, \tilde{I})$ 和 (G, D, J) 分别称为模糊条件形式背景和经典决策形式背景。

显然, 在正则模糊决策形式背景下, 每个对象 $x(x \in G)$ 都存在一个唯一的标签 $d(d \in D)$ 。根据 D 可将 G 划分为 $G/D = \{G_1, G_2, \dots, G_l\}$ 。

定义 3^[28] 设 $\mathcal{R} = (G, M, \tilde{I}, D, J)$ 为正则模糊决策形式背景, 则 $\mathcal{R}^{d_i} = (G_i, M, \tilde{I}_i, d_i, J_i)$ 称为 $\mathcal{R}$ 在决策 d_i 下的子背景。其中, $i = 1, 2, \dots, l, \tilde{I}_i: G_i \times M \rightarrow [0, 1], J_i: G_i \times d_i \rightarrow \{0, 1\}$ 。因此, 一个正则模糊决策形式背景可以被 l 个决策分解成 l 个决策子背景。

定义 4^[26] 设 $(G, M, \tilde{I}, D, J)$ 为正则模糊决策形式背景, 则 $\mathcal{R}^{d_i}(i = 1, 2, \dots, l)$ 下的粒概念空间表示为

$$\mathcal{G}_i = \{(\mathcal{HL}(x), \mathcal{L}(x)) \mid x \in G_i\} \tag{5}$$

表 1 为模糊决策形式背景。

表 1 模糊决策形式背景
Tab. 1 Fuzzy formal decision context

G	a_1	a_2	d_1	d_2
1	0.08	0.72	1	0
2	0.11	0.56	1	0
3	0.04	0.47	1	0
4	0.32	0.65	1	0
5	0.55	0.86	1	0
6	0.90	0.47	0	1
7	0.68	0.14	0	1
8	0.75	0.40	0	1

例 1 表 1 中包含 8 个对象和 2 个条件属性。该模糊决策形式背景中包含 2 个决策, 因此, d_1, d_2 将 G 划分为

$$G_1 = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5\}, G_2 = \{x_6, x_7, x_8\}。$$

根据定义 4, 粒概念空间 $\mathcal{G}_1, \mathcal{G}_2$ 如下:

$$\begin{aligned} \mathcal{G}_1 = & \{(\{x_1, x_5\}, \{0.08, 0.72\}), \\ & (\{x_2, x_4, x_5\}, \{0.11, 0.56\})\}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & (\{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5\}, \{0.04, 0.47\}); \\ & (\{x_4, x_5\}, \{0.32, 0.65\}); \\ & (\{x_5\}, \{0.55, 0.86\}); \\ \mathcal{G}_2 = & \{(\{x_6\}, \{0.90, 0.47\}), \\ & (\{x_6, x_7, x_8\}, \{0.68, 0.14\}), \\ & (\{x_6, x_8\}, \{0.75, 0.40\})\}。 \end{aligned}$$

2 不完全概念

线索学习是概念认知学习的关键任务, 线索可以是对象集或属性集, 本文讨论的线索为预测实例所拥有的属性信息。在这一学习过程中, 寻找与线索紧密相关的概念是核心环节。由于传统模糊学习算子的严格性, 往往导致线索学习的难度加大。因此, 为了进一步发掘线索蕴含的信息, 本文考虑一种容错线索学习方法。

定义 5 设 $\mathcal{R}^{d_i} = (G_i, M, \tilde{I}_i, d_i, J_i)$ 为决策 d_i 下的子背景, 其中 $i = 1, 2, \dots, l$ 。对于 $\forall \bar{B} \in L^M$, 若 $\eta^i: M \rightarrow G_i$ 满足

$$\eta^i(\bar{B}) = \left\{x \in G_i \mid \frac{|\mathcal{L}(x) \wedge \bar{B}|}{\max\{|\mathcal{L}(x)|, |\bar{B}|\}} \geq \lambda \right\} \tag{6}$$

其中 $\lambda \in [0.5, 1]$, 则将 η^i 称为属性 - 对象 λ 算子。

通过参数 λ , 适当扩大概念的范围, 以增强概念学习的合理性。当 $\lambda = 1$ 时, 属性 - 对象 λ 算子退化为经典的学习算子。显然, 在不同的子背景下可以获得不同的学习结果。

性质 1 设 $\mathcal{R}^{d_i} = (G_i, M, \tilde{I}_i, d_i, J_i)$ 为决策 d_i 下的子背景, 其中 $i = 1, 2, \dots, l$ 。对于 $\forall \bar{B}_1, \bar{B}_2 \in L^M$, 属性 - 对象 λ 算子满足下列性质:

- 1) 当 $\bar{B}_1 \subseteq \bar{B}_2 \subseteq \mathcal{L}(G_i)$ 或 $\bar{B}_1 \subseteq \mathcal{L}(G_i) \subseteq \bar{B}_2$ 时, $\eta^i(\bar{B}_1) \subseteq \eta^i(\bar{B}_2)$;
- 2) 当 $\mathcal{L}(G_i) \subseteq \bar{B}_1 \subseteq \bar{B}_2$ 时, $\eta^i(\bar{B}_2) \subseteq \eta^i(\bar{B}_1)$ 。

证明

$$\begin{aligned} & \text{1) 当 } \bar{B}_1 \subseteq \bar{B}_2 \subseteq \mathcal{L}(G_i) \text{ 时,} \\ & \frac{|\mathcal{L}(G_i) \wedge \bar{B}_1|}{\max\{|\mathcal{L}(G_i)|, |\bar{B}_1|\}} = \frac{|\bar{B}_1|}{|\mathcal{L}(G_i)|}, \\ & \frac{|\mathcal{L}(G_i) \wedge \bar{B}_2|}{\max\{|\mathcal{L}(G_i)|, |\bar{B}_2|\}} = \frac{|\bar{B}_2|}{|\mathcal{L}(G_i)|} \geq \\ & \frac{|\bar{B}_1|}{|\mathcal{L}(G_i)|}, \end{aligned}$$

则 $\eta^i(\bar{B}_1) \subseteq \eta^i(\bar{B}_2)$ 。

$$\begin{aligned} & \text{当 } \bar{B}_1 \subseteq \mathcal{L}(G_i) \subseteq \bar{B}_2 \text{ 时,} \\ & \frac{|\mathcal{L}(G_i) \wedge \bar{B}_1|}{\max\{|\mathcal{L}(G_i)|, |\bar{B}_1|\}} = \frac{|\bar{B}_1|}{|\mathcal{L}(G_i)|}, \\ & \frac{|\mathcal{L}(G_i) \wedge \bar{B}_2|}{\max\{|\mathcal{L}(G_i)|, |\bar{B}_2|\}} = \frac{|\mathcal{L}(G_i)|}{|\bar{B}_2|} \geq \\ & \frac{|\bar{B}_1|}{|\bar{B}_2|} \geq \frac{|\bar{B}_1|}{|\mathcal{L}(G_i)|}, \end{aligned}$$

则 $\eta^i(\bar{B}_1) \subseteq \eta^i(\bar{B}_2)$ 。

综上所述,当 $\bar{B}_1 \subseteq \bar{B}_2 \subseteq \mathcal{L}(G_i)$ 或 $\bar{B}_1 \subseteq \mathcal{L}(G_i) \subseteq \bar{B}_2$ 时, $\eta^i(\bar{B}_1) \subseteq \eta^i(\bar{B}_2)$ 。

2) 当 $\mathcal{L}(G_i) \subseteq \bar{B}_1 \subseteq \bar{B}_2$ 时,

$$\begin{aligned} & \frac{|\mathcal{L}(G_i) \wedge \bar{B}_1|}{\max\{|\mathcal{L}(G_i)|, |\bar{B}_1|\}} = \frac{|\mathcal{L}(G_i)|}{|\bar{B}_1|}, \\ & \frac{|\mathcal{L}(G_i) \wedge \bar{B}_2|}{\max\{|\mathcal{L}(G_i)|, |\bar{B}_2|\}} = \frac{|\mathcal{L}(G_i)|}{|\bar{B}_2|} \leq \\ & \frac{|\mathcal{L}(G_i)|}{|\bar{B}_1|}, \end{aligned}$$

则 $\eta^i(\bar{B}_2) \subseteq \eta^i(\bar{B}_1)$ 。

性质2 设 $\mathcal{R}^{d_i} = (G_i, M, \bar{I}_i, d_i, J_i)$ 为决策 d_i 下的子背景,其中 $i = 1, 2, \dots, l$ 。对于 $\forall \bar{B} \in L$, 若 $\lambda_1 \leq \lambda_2$, 则 $X_2 \subseteq X_1$ 。

证明 较小的参数值意味着更多的对象能够满足映射条件,因此参数 λ_1 生成的对象集更大。

给定预测实例 g_s , 其拥有的属性信息 $\vec{g}_s$ 视为线索, 则其不完全概念的定义如下。

定义6 设 $\mathcal{R}^{d_i} = (G_i, M, \bar{I}_i, d_i, J_i)$ 为决策 d_i 下的子背景,其中 $i = 1, 2, \dots, l$, 线索为 $\vec{g}_s$ 。若 $X_i = \eta^i(\vec{g}_s)$, 则 $(X_i, \vec{g}_s)$ 称为不完全概念。

由此可见,不完全概念是线索学习的结果,将影响后续的近似认知。因此,在算法1给出不完全概念空间的构造过程。

算法1 构造不完全概念空间

输入 子背景 $\mathcal{R}^{d_i} (i = 1, 2, \dots, l)$, 线索 $\vec{g}_s$, 参数 λ 。

输出 不完全概念空间 S 。

1: $S \leftarrow \emptyset$;

2: for $i = 1 : l$

3: 根据定义6计算 $X_i = \eta^i(\vec{g}_s)$;

4: 得到不完全概念 $(X_i, \vec{g}_s)$;

5: $S \leftarrow (X_i, \vec{g}_s)$ 。

6: end

例2(接例1) 给定线索 $\vec{g}_s = (0.91, 0.36)$, 参数 $\lambda = 0.65$, 则子背景 $\mathcal{R}^{d_2}$ 下的不完全概念为

$$(\{x_6, x_8\}, \{0.91, 0.36\})。$$

3 构建近似概念空间

不完全概念为概念认知学习提供了一个初步的结果,达到完全认知还需要进一步的学习。近似思想的核心思想是简化或逼近复杂问题,其为概念学习提供了一种有效方法。在获取不完全概念后,如何进行下一步的概念学习是一个关键问题。事实上,并不是所有的概念在对线索的认知中都起到积极的作用。因此,考虑到概念空间的结构信息,下面探讨一种近似概念空间的构造方法,以便进一步的认知学习。

定义7 对于决策粒概念空间 $\mathcal{S}_i (i = 1, 2, \dots, l)$, 不完全概念 $(X_i, \vec{g}_s)$ 的上近似概念集、下近似概念集和边界概念集分别定义为

$$\overline{\text{Apr}}(X_i) = \{(X, \bar{B}) \in \mathcal{S}_i \mid X \cap X_i \neq \emptyset\} \quad (7)$$

$$\underline{\text{Apr}}(X_i) = \{(X, \bar{B}) \in \mathcal{S}_i \mid X \subseteq X_i\} \quad (8)$$

$$BN(X_i) = \overline{\text{Apr}}(X_i) - \underline{\text{Apr}}(X_i) \quad (9)$$

定义8 设 $\mathcal{R}^{d_i} = (G_i, M, \bar{I}_i, d_i, J_i)$ 为决策 d_i 下的子背景,其中 $i = 1, 2, \dots, l$, 不完全概念为 $(X_i, \vec{g}_s)$ 。若

$$\begin{aligned} \text{extent}(\overline{\text{Apr}}(X_i)) = & \mathcal{H}\mathcal{L}[\text{extent}(\bigvee_{(X, B) \in \overline{\text{Apr}}(X_i)} (X, B)) \cup \\ & \text{extent}(\bigwedge_{(X, B) \in BN(X_i)} (X, B))] \end{aligned} \quad (10)$$

$$\text{extent}(\underline{\text{Apr}}(X_i)) = \text{extent}(\bigvee_{(X, B) \in \underline{\text{Apr}}(X_i)} (X, B)) \quad (11)$$

则 $(\text{extent}(\overline{\text{Apr}}(X_i)), \mathcal{L}(\text{extent}(\overline{\text{Apr}}(X_i))))$ 称为上近似概念, $(\text{extent}(\underline{\text{Apr}}(X_i)), \mathcal{L}(\text{extent}(\underline{\text{Apr}}(X_i))))$ 称为下近似概念。

$$\begin{aligned} \text{显然, } \text{extent}(\overline{\text{Apr}}(X_i)) = & \mathcal{H}\mathcal{L}[\mathcal{H}\mathcal{L}(\bigcup_{(X, B) \in \overline{\text{Apr}}(X_i)} X) \cup (\bigcap_{(X, B) \in BN(X_i)} X)] \end{aligned} \quad (12)$$

$$\text{extent}(\underline{\text{Apr}}(X_i)) = \mathcal{H}\mathcal{L}(\bigcup_{(X, B) \in \underline{\text{Apr}}(X_i)} X) \quad (13)$$

上近似概念空间、下近似概念空间为

$$U = \{(\text{extent}(\overline{\text{Apr}}(X_i)), \mathcal{L}(\text{extent}(\overline{\text{Apr}}(X_i)))) \mid i = 1, 2, \dots, l\} \quad (14)$$

$$L = \{ (\text{extent}(\underline{\text{Apr}}(X_i)), \mathcal{L}(\text{extent}(\underline{\text{Apr}}(X_i))) \mid i = 1, 2, \dots, l \} \quad (15)$$

性质 3 设 $\mathcal{H}^{d_i} = (G_i, M, \tilde{I}_i, d_i, J_i)$ 为决策 d_i 下的子背景, 其中 $i = 1, 2, \dots, l$, 不完全概念为 $(X_i, \vec{g}_s)$, 则满足

$$\text{extent}(\underline{\text{Apr}}(X_i)) \subseteq \text{extent}(\overline{\text{Apr}}(X_i)).$$

证明 根据定义 8 可知

$$\begin{aligned} \text{extent}(\underline{\text{Apr}}(X_i)) &= \mathcal{HL}[\text{extent}(\bigvee_{(X,B) \in \underline{\text{Apr}}(X_i)} (X,B)) \cup \text{extent}(\bigwedge_{(X,B) \in \text{BN}(X_i)} (X,B))] \\ &\supseteq \mathcal{HL}(\text{extent}(\bigvee_{(X,B) \in \underline{\text{Apr}}(X_i)} (X,B))) \cup \mathcal{HL}(\text{extent}(\bigwedge_{(X,B) \in \text{BN}(X_i)} (X,B))) \supseteq \\ &\text{extent}(\bigvee_{(X,B) \in \underline{\text{Apr}}(X_i)} (X,B)) \cup \text{extent}(\bigwedge_{(X,B) \in \text{BN}(X_i)} (X,B)) \supseteq \\ &\text{extent}(\bigvee_{(X,B) \in \underline{\text{Apr}}(X_i)} (X,B)) \supseteq \text{extent}(\underline{\text{Apr}}(X_i)). \end{aligned}$$

$$\text{因此, } \text{extent}(\underline{\text{Apr}}(X_i)) \subseteq \text{extent}(\overline{\text{Apr}}(X_i)).$$

性质 4 设 $\mathcal{H}^{d_i} = (G_i, M, \tilde{I}_i, d_i, J_i)$ 为决策 d_i 下的子背景, 其中 $i = 1, 2, \dots, l$, 具有以下性质:

- 1) $\text{extent}(\underline{\text{Apr}}(G_i)) = G_i, \text{extent}(\overline{\text{Apr}}(\emptyset)) = \emptyset;$
- 2) $\text{extent}(\underline{\text{Apr}}(\emptyset)) = \emptyset, \text{extent}(\overline{\text{Apr}}(G_i)) = G_i.$

证明 1) 根据定义, 故有

$$\text{extent}(\underline{\text{Apr}}(G_i)) = \mathcal{HL}(\bigcup_{(X,B) \in \underline{\text{Apr}}(G_i)} X) = \mathcal{HL}(G_i) = G_i,$$

由于

$$\text{BN}(\emptyset) = \overline{\text{Apr}}(\emptyset) - \underline{\text{Apr}}(\emptyset) = \emptyset,$$

则

$$\text{extent}(\overline{\text{Apr}}(\emptyset)) = \mathcal{HL}[\mathcal{HL}(\emptyset) \cup \emptyset] = \emptyset.$$

2) 根据定义, 故有

$$\text{extent}(\underline{\text{Apr}}(\emptyset)) = \mathcal{HL}(\bigcup_{(X,B) \in \underline{\text{Apr}}(\emptyset)} X) = \mathcal{HL}(\emptyset) = \emptyset,$$

由于

$$\text{BN}(G_i) = \overline{\text{Apr}}(G_i) - \underline{\text{Apr}}(G_i) = \emptyset,$$

则

$$\text{extent}(\overline{\text{Apr}}(G_i)) = \mathcal{HL}[\mathcal{HL}(G_i) \cup \emptyset] = G_i.$$

性质 5 设 $\mathcal{H}^{d_i} = (G_i, M, \tilde{I}_i, d_i, J_i)$ 为决策 d_i 下的子背景, 其中 $i = 1, 2, \dots, l$, 对于 $\forall X_1, X_2 \in G_i$, 若

$$X_1 \subseteq X_2, \text{ 则 } \text{extent}(\underline{\text{Apr}}(X_1)) \subseteq \text{extent}(\underline{\text{Apr}}(X_2)).$$

证明: 由于 $X_1 \subseteq X_2$, 则

$$\begin{aligned} \text{extent}(\underline{\text{Apr}}(X_1)) &= \mathcal{HL}(\bigcup_{(X,B) \in \underline{\text{Apr}}(X_1)} X) \subseteq \mathcal{HL}(\bigcup_{(X,B) \in \underline{\text{Apr}}(X_2)} X) \subseteq \text{extent}(\underline{\text{Apr}}(X_2)). \end{aligned}$$

然而, 边界域并非由单一因素决定, 还需综合考虑数据的分布特性、密度变化以及出现异常值等多种因素, 因此难以对比两者之间的边界域, 进而无法判断 $\text{extent}(\overline{\text{Apr}}(X_1))$ 与 $\text{extent}(\overline{\text{Apr}}(X_2))$ 之间的关系。

更一般地, 对于模糊形式背景 $(G, M, \tilde{I})$, $\forall X, X_1, X_2 \in G$, 也有类似结论如下:

- 1) $\text{extent}(\underline{\text{Apr}}(X)) \subseteq \text{extent}(\overline{\text{Apr}}(X));$
- 2) $\text{extent}(\underline{\text{Apr}}(G)) = G,$
 $\text{extent}(\overline{\text{Apr}}(\emptyset)) = \emptyset;$
- 3) $\text{extent}(\underline{\text{Apr}}(\emptyset)) = \emptyset,$
 $\text{extent}(\overline{\text{Apr}}(G)) = G;$
- 4) 若 $X_1 \subseteq X_2,$
 $\text{extent}(\underline{\text{Apr}}(X_1)) \subseteq \text{extent}(\underline{\text{Apr}}(X_2)).$

算法 2 构建近似概念空间

输入 模糊形式背景 $(G, M, \tilde{I}, D, J)$, 不完全概念空间 S 。

输出 上近似概念空间 U , 下近似概念空间 L 。

- 1: $G = G_1 \cup G_2 \cup \dots \cup G_l;$
- 2: for $x \in G_i (i = 1, 2, \dots, l)$
- 3: 构造粒概念 $(\mathcal{HL}(x), \mathcal{L}(x));$
- 4: $\mathcal{L}_i \leftarrow (\mathcal{HL}(x), \mathcal{L}(x));$
- 5: end
- 6: for $(X_i, \vec{g}_s) \in S$
- 7: $U_i \leftarrow \emptyset; L_i \leftarrow \emptyset;$
- 8: 根据定义 7 计算 $\overline{\text{Apr}}(X_i), \underline{\text{Apr}}(X_i), \text{BN}(X_i);$
- 9: if
 $\text{extent}(\overline{\text{Apr}}(X_i)) = \mathcal{HL}[\mathcal{HL}(\bigcup_{(X,B) \in \underline{\text{Apr}}(X_i)} X) \cup (\bigcap_{(X,B) \in \text{BN}(X_i)} X)]$ then
- 10: $U_i \leftarrow (\text{extent}(\overline{\text{Apr}}(X_i)), \mathcal{L}(\text{extent}(\overline{\text{Apr}}(X_i))));$
- 11: end
- 12: if $\text{extent}(\underline{\text{Apr}}(X_i)) = \mathcal{HL}(\bigcup_{(X,B) \in \underline{\text{Apr}}(X_i)} X)$ then
- 13: $L_i \leftarrow (\text{extent}(\underline{\text{Apr}}(X_i)), \mathcal{L}(\text{extent}(\underline{\text{Apr}}(X_i))));$
- 14: end
- 15: $U = U \cup U_i; L = L \cup L_i.$
- 16: end

例 3 (接例 2) 不完全概念为 $(\{x_6, x_8\},$

$\{0.91, 0.36\})$, 由于满足

$$extent(\underline{Apr}(X_2)) = \{x_6, x_7, x_8\},$$

$$extent(\overline{Apr}(X_2)) = \{x_6, x_8\}。$$

则

$$U_2 = \{(\{x_6, x_7, x_8\}, \{0.90, 0.47\})\},$$

$$L_2 = \{(\{x_6, x_8\}, \{0.90, 0.47\})\}。$$

4 概念预测

概念预测指在已经学习的概念储备库中完成对新信息的预测。对于近似概念空间, 本文通过以下学习精度刻画预测结果。

结合数据的分布情况, 在学习精度中强调不同类别带来的信息差异。

定义9 设 $\mathcal{R}^{d_i} = (G_i, M, \tilde{I}_i, d_i, J_i)$ 为决策 d_i 下的子背景, 其中 $i = 1, 2, \dots, l$, 不完全概念为 $(X_i, \vec{g_s})$, 上近似概念空间为 U , 下近似概念空间为 L , 则学习精度定义为

$$\begin{aligned} \vartheta(X_i) &= \frac{|X_i| \cdot |G_i|}{|G|} \cdot \\ &\left(1 - \frac{|extent(\underline{Apr}(X_i)) \setminus extent(\overline{Apr}(X_i))|}{|G_i|}\right) \end{aligned} \tag{16}$$

其中, $|X_i|$ 、 $|G_i|$ 、 $|G|$ 分别为 X_i 、 G_i 、 G 的基数。

显然, 学习精度越高说明认知学习效果越好。对于一个预测实例 g_s , 概念预测过程如算法3所示。

算法3 基于概念近似的认知学习模型 (CLCA)

输入 模糊形式背景 $(G, M, \tilde{I}, D, J)$, 不完全概念空间 S , 上近似概念空间 U , 下近似概念空间 L 。

输出 g_s 的类别 d 。

- 1: $G = G_1 \cup G_2 \cup \dots \cup G_l$;
- 2: for $(X_i, \vec{g_s}) \in S$
- 3: 根据定义9 计算学习精度 $\vartheta(X_i)$;
- 4: end
- 5: $d = \arg \max_{i=\{1, 2, \dots, l\}} \vartheta(X_i)$;
- 6: 返回类别 d 。

5 总体程序和复杂度

CLCA 的简要框架如图1所示, 主要包括这3个阶段: ① 构建不完全概念空间; ② 构建近似概

念空间; ③ 概念预测。图中考虑了3个类别的数据集。首先, 对于任意一个预测实例 g_s , 利用属性 - 对象 λ 算子, 在每个子背景下进行概念映射获取相应不完全概念, 并构建不完全概念空间。其次, 通过算法2 对不完全概念进行近似认知学习, 在粒概念空间的基础上构建近似概念空间。最后, 比较学习精度, 为预测实例分配最合适的类别。

在第一阶段, 构建不完全概念空间需要遍历所有的子背景, 时间复杂度为 $O(|D|)$ 。在第二阶段, 考虑最不理想的状态, 即线索在每一个子背景下都生成不完全概念, 时间复杂度为 $O(|D| + |G|)$ 。在第三阶段, 需要计算不完全概念空间中每个概念的学习精度, 时间复杂度为 $O(|S|)$ 。因此, 这个过程总的时间复杂度为 $O(|D| + |G| + |S|)$ 。

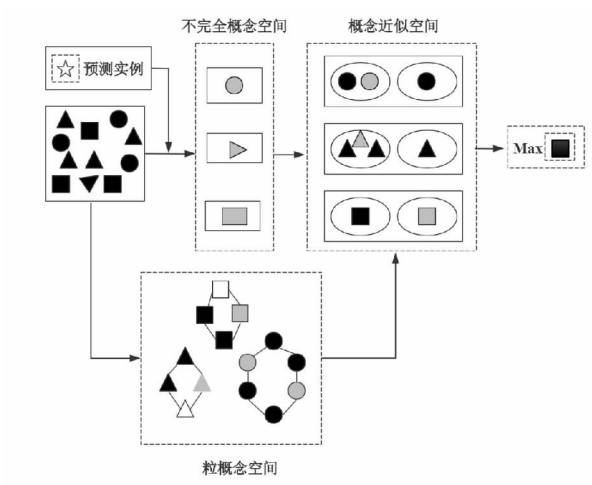


图1 CLCA 的简化框架
Fig.1 Simplified framework of CLCA

6 实验分析

6.1 实验设置

为了验证本文所提方法 (CLCA) 的分类性能, 实验采用十折交叉验证法对 CLCA 与四种机器学习算法: CT (Complex Tree)、DT (Decision Tree)、RF (Random Forest)、RSS (Root Sum Square) 和两种概念认知学习算法: ILMPFTC^[15]、DMPWFC^[22] 进行对比。本实验从 UCI 知识库上选择 15 个数据集用于数值仿真实验, 数据集的详细情况如表2 所示。

表 2 数据集详情
Tab. 2 Dataset description

	名称	样本数	特征数	类别
1	Australian Credit	690	14	2
2	Balance	625	4	3
3	Breast Cancer Coimbra	116	9	2
4	Breast Cancer	683	9	2
5	Derm	366	34	6
6	German	1 000	20	2
7	Heart	270	13	2
8	ICU	200	21	3
9	Period	90	1 177	2
10	Soy	47	21	4
11	Spectfheart	267	44	2
12	Satimage	6 435	26	6
13	Twonorm	7 400	20	2
14	Wiscon	699	9	2
15	Waveform	5 000	21	3

为了确保每个数据集的特征值都被映射到 $[0,1]$ ，在预处理阶段，利用公式 (17) 对每个数据集进行归一化处理^[29]。

$$\tilde{R}(x_i,a_j)=\frac{f(x_i,a_j)-\min(f(a_j))}{\max(f(a_j))-\min(f(a_j))}$$

(17)

式中： $f(x_i,a_j)$ 为对象 x_i 对属性 a_j 的隶属值； $\max(f(a_j))$ 和 $\min(f(a_j))$ 分别表示属性 a_j 中所有对象的最大隶属值和最小隶属值。

实验中，采用十折交叉验证法进行验算，并从分类精度以及其他一些统计指标对本文方法进行一个综合的性能评估。

所有实验均在个人计算机上的 MATLAB2021b 实现，计算机的配置为 AMD Ryzen 5 4600H with Radeon Graphics 3.00 GHz，内存为 16.0 GiB。

6.2 参数分析

参数 λ 在线索学习中有着重要的作用，其影响着概念认知的准确程度。当参数取值偏高时，可能会导致关键信息被忽视，这将不可避免地引发后续认知过程中的偏差。反之，如果参数取值过低，虽然能够保留更多的信息，但也可能导致过多的错误信息被学习。因此，参数的优化和调整

对于本文提出的模型分类性能至关重要。

在实验中，参数 λ 的选择范围为 $[0.5,1]$ ，步长设置为 0.05。选取 Breast Cancer、Derm、ICU、Soy、Wiscon 这 5 个数据集进行参数分析，可视化结果如图 2 所示。由图可知，当参数在 $[0.6,0.7]$ 之间时，大部分数据集的精度最高，当参数在 $[0.8,0.9]$ 之间时，大部分数据集的精度下降趋势较大，这说明过大的 λ 值导致关键信息被删除，进而产生了认知偏差。

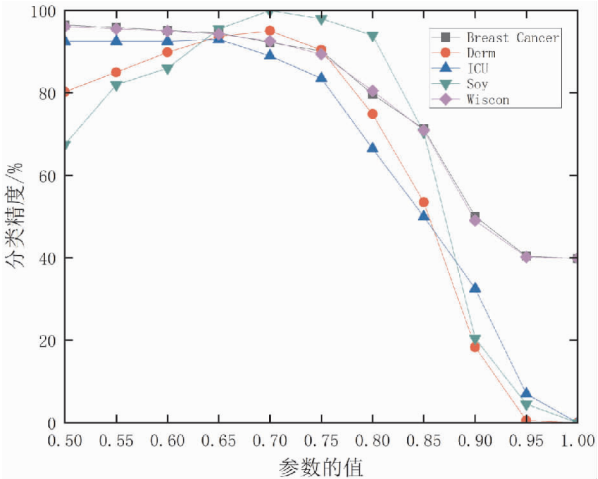


图 2 参数对 CLCA 分类精度的影响情况

Fig. 2 The influence of parameter on the classification accuracy of CLCA

6.3 CLCA 性能评价

在实验中，CLCA 在 15 个数据集的参数选择均为近似最优，具体如表 3 所示。

表 3 CLCA 在各数据集的参数选择

Tab. 3 Parameter selection for different datasets of CLCA

数据集	λ
Australian Credit	0.55
Balance	0.65
Breast Cancer Coimbra	0.65
Breast Cancer	0.50
Derm	0.70
German	0.50
Heart	0.60
ICU	0.65
Period	0.75
Soy	0.70
Spectfheart	0.60
Satimage	0.90
Twonorm	0.85
Wiscon	0.50
Waveform	0.90

各算法在 15 个数据集上的分类性能对比如

表 4 所示,黑体数字为最优值。由表可见,除了 Satimage 数据集和 Twonorm 数据集,CLCA 在 13 个数据集上的分类精度最高,尤其在 Soy 数据集上分类精度达到了 100%。除此之外,CLCA 在 15 个数据集上的平均精度最高,体现了本文所提出的模型在预测任务上表现良好。具体来说,CLCA 相对于 CT 平均分类精度提高了 5.75%,相对于 DT 平均分类精度提高了 5.31%,相对于 RF

平均分类精度提高了 6.33%,相对于 RSS 平均精度提高了 7.42%,相对于 ILMPFTC 平均分类精度提高了 5.24%,相对于 DMPWFC 平均分类精度提高了 4.78%,这说明了 CLCA 的分类机制优于其他对比算法。同时 CLCA 在 15 个数据集上的平均标准差最低,这验证了 CLCA 比其他算法具有更好的鲁棒性。

表 4 各算法的分类精度							
Tab. 4 Classification accuracy of different algorithms							单位:%
数据集	CLCA	CT	DT	RF	RSS	ILMPFTC	DMPWFC
Australian Credit	84.93 ± 3.94	81.59 ± 5.16	83.04 ± 4.10	78.99 ± 4.44	78.70 ± 6.45	76.67 ± 4.45	82.46 ± 6.20
Balance	88.00 ± 3.12	76.50 ± 5.52	80.94 ± 3.85	74.56 ± 4.67	86.71 ± 3.82	65.13 ± 6.84	71.27 ± 18.98
Breast Cancer Coimbra	73.26 ± 15.09	68.33 ± 15.53	69.62 ± 15.16	62.20 ± 8.70	53.33 ± 11.23	69.17 ± 11.83	67.95 ± 11.39
Breast Cancer	96.47 ± 3.41	94.43 ± 2.38	92.98 ± 3.73	92.53 ± 3.22	93.25 ± 3.82	95.60 ± 2.30	96.04 ± 2.70
Derm	95.07 ± 2.85	94.56 ± 4.41	94.50 ± 4.34	91.55 ± 5.18	52.45 ± 10.52	95.06 ± 2.55	95.03 ± 4.50
German	70.00 ± 4.06	69.40 ± 5.78	66.80 ± 3.58	69.40 ± 5.30	70.00 ± 6.53	68.10 ± 3.18	65.40 ± 2.27
Heart	82.22 ± 10.59	73.70 ± 6.86	78.15 ± 5.91	71.48 ± 13.64	77.78 ± 7.41	77.04 ± 5.74	72.96 ± 8.01
ICU	93.00 ± 5.37	92.50 ± 7.55	84.50 ± 7.98	91.00 ± 6.15	92.50 ± 8.25	90.00 ± 4.71	90.00 ± 10.27
Period	72.22 ± 10.80	55.56 ± 18.89	56.67 ± 15.23	67.78 ± 17.72	70.00 ± 13.91	64.44 ± 15.54	61.11 ± 24.15
Soy	100.00 ± 0.00	97.50 ± 7.91	98.00 ± 6.32	96.00 ± 8.43	88.00 ± 19.32	94.85 ± 5.47	98.00 ± 6.32
Spectfheart	79.44 ± 8.35	75.34 ± 9.16	74.13 ± 5.81	70.44 ± 7.63	79.43 ± 10.01	70.01 ± 9.36	70.77 ± 7.84
Satimage	83.39 ± 2.82	73.44 ± 2.94	82.84 ± 1.48	84.13 ± 1.38	71.55 ± 1.62	82.02 ± 1.55	82.77 ± 3.30
Twonorm	97.42 ± 0.45	82.37 ± 1.30	83.69 ± 1.27	83.65 ± 1.46	97.68 ± 0.53	94.84 ± 0.89	95.03 ± 0.80
Wiscon	96.14 ± 1.65	94.71 ± 2.14	94.29 ± 3.98	91.85 ± 4.71	93.00 ± 5.15	95.14 ± 2.87	95.28 ± 1.51
Waveform	82.00 ± 1.37	77.48 ± 1.86	73.86 ± 2.61	73.04 ± 2.23	77.90 ± 1.71	76.94 ± 1.30	77.78 ± 1.50
平均精度	86.24	80.49	80.93	79.91	78.82	81.00	81.46
平均标准差	4.92	6.49	5.69	6.32	7.35	5.24	7.32

在信息检索和自然语言处理等领域,查准率 (Precision) 和查全率 (Recall) 是衡量模型性能的重要指标。这两个指标不仅反映了模型识别相关结果的能力,也反映了模型在处理查询或输入时能够准确识别或返回相关结果的能力。在二分类问题中,根据样例的真实类别与模型预测类别的组合,可以将结果划分为 4 种不同的情形: 真正例 (True Positive, TP)、假正例 (False Positive, FP)、真反例 (True Negative, TN) 和假反例 (False Negative, FN), 它们共同组成一个混淆矩阵。

查准率 P 与查全率 R 分别定义为

$$P = \frac{TP}{TP + FP}$$

(18)

$$R = \frac{TP}{TP + FN}$$

(19)

$F1$ 度量为查全率和查准率的调和平均数,它

的定义为

$$F1 = \frac{2 \times P \times R}{P + R}$$

(20)

在执行多分类任务时,需要考虑多个混淆矩阵,以综合评估模型的性能。为了整合这些混淆矩阵的信息,可以首先计算各混淆矩阵上的查准率和查全率,然后对这些查准率和查全率进行平均,得到宏查准率 ($macro-P$)、宏查全率 ($macro-R$) 以及相应的宏 $F1$ ($macro-F1$)。具体公式定义如下:

$$macro-P = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n P_i$$

(21)

$$macro-R = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n R_i$$

(22)

$$macro-F1 = \frac{2 \times macro-P \times macro-R}{macro-P + macro-R}$$

(23)

CLCA 与 6 个对比算法在 15 个数据集上的

查全率与查准率如表 5 所示,表中的黑体数字表示最优值。由表可知,CLCA 在 7 个数据集上的查全率和查准率大于其他对比算法,在 Derm、Period 数据集上取得最大查全率,在 Balance 数据集上取得最大查准率。各算法在 15 个数据集上的 $F1$ 度量如表 6 所示,表中的黑体数字表示最优

值。表中显示,CLCA 在 8 个数据集上取得最大值。

由此可见,无论是在查全率、查准率还是 $F1$ 度量,CLCA 都显示出了其在分类任务中的显著优势,这充分说明了该模型在分类性能上的优越性。

表 5 各算法的查准率和查全率对比

Tab. 5 Comparison of precision and recall of different algorithms														单位: %
数据集	CLCA		CT		DT		RF		RSS		ILMPFTC		DMPWFC	
	查全率	查准率	查全率	查准率	查全率	查准率	查全率	查准率	查全率	查准率	查全率	查准率	查全率	查准率
Australian Credit	84. 95	85. 29	81. 44	81. 45	82. 72	82. 61	80. 61	77. 51	83. 80	76. 98	76. 34	76. 63	82. 46	82. 71
Balance	59. 17	63. 69	54. 50	55. 31	55. 00	58. 65	57. 67	56. 99	57. 92	62. 84	69. 75	63. 43	54. 96	54. 41
Breast Cancer Coimbra	79. 80	73. 32	72. 90	71. 69	70. 21	71. 44	60. 61	60. 41	33. 91	50. 54	68. 29	68. 85	69. 26	68. 47
Breast Cancer	96. 95	96. 78	93. 61	94. 55	63. 91	61. 12	93. 21	90. 08	94. 82	90. 67	95. 25	95. 05	94. 93	95. 93
Derm	95. 94	92. 70	92. 49	93. 04	94. 09	94. 24	92. 45	88. 38	39. 16	38. 18	94. 51	94. 20	94. 60	95. 27
German	35. 00	50. 00	63. 28	63. 30	61. 58	62. 22	59. 59	55. 37	35. 00	50. 00	61. 60	61. 15	58. 80	58. 96
Heart	82. 18	83. 24	73. 15	73. 46	77. 67	76. 84	72. 82	69. 41	81. 48	75. 37	76. 95	77. 05	72. 92	73. 01
ICU	55. 41	58. 33	66. 47	64. 74	54. 70	53. 85	52. 02	54. 12	60. 67	63. 33	59. 67	58. 81	77. 89	74. 39
Period	61. 46	59. 20	49. 05	54. 32	50. 92	48. 93	47. 68	55. 07	35. 00	50. 00	58. 04	60. 25	56. 95	55. 61
Soy	100	100	95. 00	96. 67	96. 25	97. 5	93. 89	95. 00	90. 56	91. 25	76. 52	76. 71	98. 89	98. 33
Spectfheart	39. 72	50. 00	61. 88	63. 21	60. 78	59. 25	63. 41	67. 57	39. 72	50. 00	58. 35	59. 03	59. 32	61. 08
Satimage	81. 51	74. 66	73. 86	73. 18	79. 45	80. 18	81. 98	82. 05	67. 28	60. 51	81. 44	81. 24	81. 77	81. 78
Twonorm	97. 57	97. 41	82. 35	82. 34	83. 69	83. 70	85. 70	83. 66	97. 67	97. 68	94. 86	94. 87	95. 04	95. 01
Wiscon	96. 66	96. 57	93. 82	94. 48	93. 63	93. 88	93. 01	89. 42	94. 33	90. 58	94. 74	94. 38	93. 79	96. 33
Waveform	84. 58	82. 04	77. 54	77. 49	74. 00	73. 90	75. 31	73. 21	82. 68	77. 84	76. 92	76. 93	77. 75	77. 76

表 6 各算法的 $F1$ 度量对比

Tab. 6 $F1$ comparison of different algorithms								单位: %
数据集	CLCA	CT	DT	RF	RSS	ILMPFTC	DMPWFC	
Australian Credit	85. 12	81. 44	82. 66	79. 01	80. 22	76. 48	82. 58	
Balance	61. 34	54. 86	56. 75	57. 18	60. 25	66. 13	54. 30	
Breast Cancer Coimbra	76. 21	72. 27	70. 75	60. 39	38. 75	68. 56	68. 85	
Breast Cancer	96. 86	94. 06	62. 47	91. 60	92. 68	95. 15	95. 93	
Derm	94. 25	92. 74	94. 15	90. 32	38. 15	94. 35	94. 91	
German	41. 15	63. 28	61. 89	57. 36	41. 10	61. 37	58. 88	
Heart	82. 70	73. 29	77. 23	71. 05	78. 22	76. 97	72. 96	
ICU	56. 80	65. 32	54. 13	53. 01	61. 89	58. 69	75. 91	
Period	59. 20	50. 25	48. 93	50. 84	40. 81	58. 74	55. 52	
Soy	100. 00	95. 71	96. 82	94. 39	90. 84	76. 61	98. 60	
Spectfheart	44. 16	62. 47	59. 91	65. 36	44. 10	58. 68	60. 11	
Satimage	77. 84	73. 51	79. 82	82. 01	63. 61	81. 34	81. 77	
Twonorm	97. 49	82. 35	83. 69	84. 66	97. 68	94. 86	95. 03	
Wiscon	96. 57	94. 14	93. 75	91. 14	92. 40	94. 55	95. 03	
Waveform	83. 29	77. 52	73. 95	74. 24	80. 19	76. 92	77. 75	

6.4 统计检验

为了更深入评价各个分类算法之间的性能差异,选用 Friedman 检验^[30]来验证 CLCA、CT、DT、RF、RSS、ILMPFTC、DMPWFC 是否存在显著差异。Friedman 检验的定义如下:

$$\chi_F^2 = \frac{12N}{k(k+1)} \left(\sum_{i=1}^k R_i^2 - \frac{k(k+1)^2}{4} \right) \quad (24)$$

$$F = \frac{(N-1)\chi_F^2}{N(k-1) - \chi_F^2} \quad (25)$$

其中, N 为数据集的个数, k 为算法的个数, R_i 是所有数据集上第*i*个算法平均排名。 F 遵循自由度为 $k-1$ 和 $(k-1)(N-1)$ 的 Fisher 分布。

这7个算法的分类精度详细排名如表7所示,由表可见,CLCA 在 15 个数据集上平均排名第一,证明了 CLCA 在分类任务中的卓越性能。

表7 各算法的分类精度排名
Tab. 7 Classification accuracy rank of different algorithms

数据集	CT	DT	RF	RSS	ILMPFTC	DMPWFC	CLCA
Australian Credit	4	2	5	6	7	3	1
Balance	4	3	5	2	7	6	1
Breast Cancer Coimbra	4	2	6	7	3	5	1
Breast Cancer	4	6	7	5	3	2	1
Derm	4	5	6	7	2	3	1
German	3.5	6	3.5	1.5	5	7	1.5
Heart	5	2	7	3	4	6	1
ICU	2.5	7	4	2.5	5.5	5.5	1
Period	7	6	3	2	4	5	1
Soy	4	2.5	5	7	6	2.5	1
Spectfheart	3	4	6	2	7	5	1
Satimage	6	3	1	7	5	4	2
Twonorm	7	5	6	1	4	3	2
Wiscon	4	5	7	6	3	2	1
Waveform	4	6	7	2	5	3	1
平均值	4.4	4.3	5.233 3	4.066 7	4.7	4.133 3	1.166 7

对于7个算法和15个数据集,选用 $\alpha = 0.1$, F 检验的临界值为 1.845。根据 Friedman 检验的定义,计算可得 $F = 8.16$,大于临界值,这表明7个算法的性能之间存在一定的差异。

随后,使用 Bonferroni-Dunn 进行后续检验^[31]。平均序值差别的临界值域为

$$CD_\alpha = q_\alpha \sqrt{\frac{k(k+1)}{6N}} \quad (26)$$

其中, N 为数据集的个数, k 为算法的个数, q_α 为 Tukey 分布的临界值。

当 $k = 7, N = 15, \alpha = 0.1$ 时, $q_{0.1} = 2.693$, 则 $CD_{0.1} = 2.124$ 。对于任意两个算法,如果它们的排名差距超过临界值,则说明两算法存在显著性

能差异。如图3所示,CLCA 与其他6个算法的平均排名的差值都大于临界值 2.124,由此可知 CLCA 与其他6个算法存在显著差异。

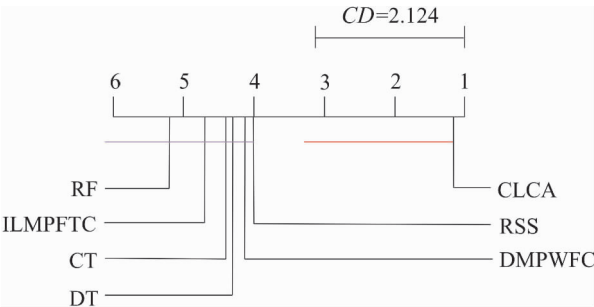


图3 各算法 Bonferroni-Dunn 测试图对比
Fig. 3 Bonferroni-Dunn test graph of different algorithms

7 结语

为了实现概念的完全认知,本文提出了基于概念近似的认知学习模型(CLCA)。针对传统属性学习算子生成的概念难以客观反映属性信息的问题,提出了属性-对象 λ 算子用于学习不完全概念,从而提升后续学习的效率。然后,基于近似思想构建近似概念空间,通过学习精度去评估认知学习的效果。最后,在 15 个数据集上的实验验证 CLCA 的有效性。然而,本文所提模型在处理数据集时,其性能会受到决策分布的影响。因此进一步探讨决策分布不均匀的概念认知学习方法将是今后的工作重心之一。

参考文献

- [1] BAJAJ G, SHALIN V L, PARTHASARATHY S, et al. Grounding from an AI and cognitive science lens [J]. IEEE Intelligent Systems, 2024, 39(2): 66-71.
- [2] CHEN M, HERRERA F, HWANG K. Cognitive computing: Architecture, technologies and intelligent applications [J]. IEEE Access, 2018, 6: 19774-19783.
- [3] MODHA D S, ANANTHANARAYANAN R, ESSER S K, et al. Cognitive computing [J]. Communications of the ACM, 2011, 54(8): 62-71.
- [4] RAMU G, REDDY P D K, JAYANTHI A. A survey of precision medicine strategy using cognitive computing [J]. International Journal of Machine Learning and Computing, 2018, 8(6): 530-535.
- [5] NORDEN A D, DANKWA-MULLAN I, URMAN A, et al. Realizing the promise of cognitive computing in cancer care: Ushering in a new era [J]. JCO Clinical Cancer Informatics, 2018, 2: 1700049.
- [6] ZHANG T, LI H H, LIU M Q, et al. Incremental concept-cognitive learning based on attribute topology [J]. International Journal of Approximate Reasoning, 2020, 118: 173-189.
- [7] MI Y L, WANG Z R, QUAN P, et al. A semi-supervised concept-cognitive computing system for dynamic classification decision making with limited feedback information [J]. European Journal of Operational Research, 2024, 315(3): 1123-1138.
- [8] SHI Y, MI Y L, LI J H, et al. Concurrent concept-cognitive learning model for classification [J]. Information Sciences, 2019, 496: 6581.
- [9] 梁涛巨, 林艺东, 林梦雷, 等. 基于属性加权的概念认知学习模型 [J]. 模式识别与人工智能, 2023, 36(8): 749-763.
- [10] LIANG T J, LIN Y D, LIN M L, et al. Weighted attributes-based concept-cognitive learning model [J]. Pattern Recognition and Artificial Intelligence, 2023, 36(8): 749-763.
- [11] YAO Y Y. Interpreting concept learning in cognitive informatics and granular computing [J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics. Part B, Cybernetics: A Publication of the IEEE Systems, Man, and Cybernetics Society, 2009, 39(4): 855-866.
- [12] DING Y, XU W H, DING W P, et al. IFCRL: Interval-intent fuzzy concept recognition learning model [J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2024, 32(6): 3581-3593.
- [13] PANG K, LU Y F, XU L X, et al. Object-oriented concept acquisition based on attribute topology [J]. Journal of Intelligent & Fuzzy Systems, 2024, 46(3): 5623-5633.
- [14] SHE Y H, HE X L, QIAN T Q, et al. A theoretical study on object-oriented and property-oriented multi-scale formal concept analysis [J]. International Journal of Machine Learning and Cybernetics, 2019, 10(11): 3263-3271.
- [15] QI J J, WEI L, YAO Y Y. Three-way formal concept analysis [C] // Rough Sets and Knowledge Technology: 9th International Conference, RSKT 2014. Berlin, German: Springer, 2014: 732-741.
- [16] YUAN K H, XU W H, LI W T, et al. An incremental learning mechanism for object classification based on progressive fuzzy three-way concept [J]. Information Sciences, 2022, 584: 127-147.
- [17] 李金海, 闫梦宇, 徐伟华, 等. 概念认知学习的若干问题与思考 [J]. 西北大学学报(自然科学版), 2020, 50(4): 501-515.
- [18] LI J H, YAN M Y, XU W H, et al. Some problems and thoughts on concept-cognitive learning [J]. Journal of Northwest University: Natural Science Edition, 2020, 50(4): 501-515.
- [19] LI J H, MEI C L, XU W H, et al. Concept learning via granular computing: A cognitive view point [J]. Information Sciences, 2015, 298: 447-467.
- [20] NIU J J, HUANG C C, LI J H, et al. Parallel computing techniques for concept-cognitive learning based on granular computing [J]. International Journal of Machine Learning and Cybernetics, 2018, 9: 1785-1805.
- [21] DENG X Y, LI J H, QIAN Y H, et al. An emerging

- incremental fuzzy concept-cognitive learning model based on granular computing and conceptual knowledge clustering [J]. IEEE Transactions on Emerging Topics in Computational Intelligence, 2024, 8(3): 2417-2432.
- [20] 李金海, 米允龙, 刘文奇. 概念的渐进式认知理论与方法 [J]. 计算机学报, 2019, 42(10): 2233-2250.
- LI J H, MI Y L, LIU W Q. Incremental cognition of concepts: Theories and methods [J]. Chinese Journal of Computer, 2019, 42(10): 2233-2250.
- [21] ZHANG T, RONG M, SHAN H, et al. Stability analysis of incremental concept tree for concept cognitive learning [J]. International Journal of Machine Learning and Cybernetics, 2022, 13(1): 11-28.
- [22] ZHANG C L, TSANG E C C, XU W H, et al. Incremental concept-cognitive learning approach for concept classification oriented to weighted fuzzy concepts [J]. Knowledge-Based Systems, 2023, 260: 110093.
- [23] LI J H, HUANG C C, QI J J, et al. Three-way cognitive concept learning via multi-granularity [J]. Information Sciences, 2017, 378: 244-263.
- [24] GUO K Y, LI J H, ZHANG X. Notes on the improvement of concept-cognitive learning accuracy [J]. International Journal of Approximate Reasoning, 2023, 156: 77-96.
- [25] LIU Z M, LI J H, ZHANG X, et al. Incremental incomplete concept-cognitive learning model: A stochastic strategy [J]. IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems, 2023, 36(1): 393-406.
- [26] MI Y L, SHI Y, LI J H, et al. Fuzzy-based concept learning method: Exploiting data with fuzzy conceptual clustering [J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2020, 52(1): 582-593.
- [27] WILLE R. Restructuring lattice theory: An approach based on hierarchies of concepts [C] // Ordered Sets. Dordrecht Boston: Springer, 1982: 445-470.
- [28] SHI Y, MI Y L, LI J H, et al. Concept-cognitive learning model for incremental concept learning [J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, 2018, 51(2): 809-821.
- [29] ELHADDAD A, GHAREEB A, ABBAS S. A blind and high-capacity data hiding of DICOM medical images based on fuzzification Concepts [J]. Alexandria Engineering Journal, 2021, 60(2): 2471-2482.
- [30] FRIEDMAN M. A comparison of alternative tests of significance for the problem of m rankings [J]. The Annals of Mathematical Statistics, 1940, 11(1): 86-92.
- [31] DEMŠAR J. Statistical comparisons of classifiers over multiple data sets [J]. The Journal of Machine Learning Research, 2006, 7: 1-30.

(编辑 张欢)